TALLER DE INGENIO MATEMÁTICO - JOVEN

ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Belén Sepúlveda (bsepulveda6@gmail.com)
S.A.E.M. Thales Málaga

1. ¿Qué es un problema?
2. ¿Qué pasos es conveniente seguir en la resolución de problemas?
3. Problemas para resolver

1. ¿Qué es un problema?

Se puede considerar que un problema es una situación en la que hay un objetivo que conseguir superando una serie de obstáculos en la que el que resuelve afronta dicha situación no conoce un algoritmo o un procedimiento que le permita alcanzar el objetivo de manera inmediata.

Un problema…

- Representa un desafío para quien lo intenta resolver.
- No deja bloqueado de entrada.
- Tiene interés por sí mismo.
- Estimula en quien lo resuelve el deseo de proponerlo a otras personas.
- Proporciona al resolverlo una agradable sensación.

2. ¿Qué pasos conviene seguir en la resolución de problemas?

George Pólya (Budapest 1887-1985) en su libro *How to solve it* establece cuatro pasos en el proceso de resolución de problemas.

Paso 1: Entender el problema

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Paso 2: Trazar un plan: buscar estrategias de resolución
¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias?

- Analogía o semejanza.
- Simplificar: resolver un problema similar más simple.
- Organización, codificación: haz una lista, árbol, esquema, diagrama, gráfico, tabla…
- Ensayo y error.
- Empezar por el final.
- Experimentación: sacar pautas, regularidades y leyes.

- Hacer una conjetura y probarla.
- Considerar un caso, particularizar.
- Modificar el problema: descomponerlo en problemas más pequeños, proponer subproblemas, submetas, menor número de variables o datos.
- Usar una variable.
- Buscar un patrón.
- Resolver una ecuación.
- Buscar una fórmula.
- Usar un modelo
- Generalizar
- Usar coordenadas.
- Usar simetría.

Paso 3: Ejecutar el plan: seguir una estrategia y resolverlo
- Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.
- Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que se te prenda el foco cuando menos lo esperes!).
- No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Paso 4: Examinar la solución: comprobar si el resultado es correcto
- ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Adviertes una solución más sencilla?
- ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

3. Problemas para resolver

1. **<u>Cuadrado mágico</u>**

   Este es un cuadrado mágico.

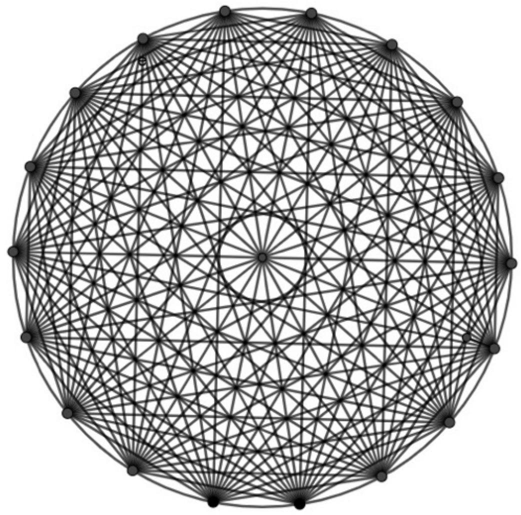
2	**7**	**6**
9	**5**	**1**
4	**3**	**8**

   La suma de los números en una misma fila, columna o diagonal es la misma, en este caso 15. **Este número se llama característica del cuadrado mágico**.

   Construye cuadrados mágicos de característica 24 y –120 (considera cuadrados 3x3).

2. **La rosa mística**

Este dibujo se ha realizado uniendo entre sí con líneas rectas los 18 puntos del círculo. Cada punto está unido a todos los demás. ¿Cuántas líneas rectas hay en total?



3. **De récord** (II OMN)

Se quiere batir el récord Guinness de apilamiento de pelotas de tenis. Para ello se forma una pirámide de base cuadrada adosando las pelotas y disminuyendo en cada capa una pelota por lado de los sucesivos cuadrados hasta la bola final, que formará el vértice superior de la pirámide.

Sabiendo que el número de pelotas del lado de la base es 1000, ¿cuántas pelotas se verán externamente?

4. **Monedas**

En tu bolsillo tienes 2 monedas (1€ y 2€) y 3 billetes (5€, 10€ y 20€) ¿Cuántas cantidades distintas puedes formar?

5. **Llegar a 100**

Es un juego para dos jugadores. Los jugadores eligen por turnos un número entero entre 1 y 10, y lo suman a los números elegidos anteriormente. El primer jugador que consigue sumar exactamente 100 es el ganador. ¿Puedes hallar alguna estrategia ganadora?

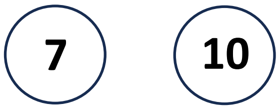
6. **Muchos ceros**

¿En cuántos ceros termina el número 100! = 100 x 99 x 98 x....x 4 x 3 x 2 x 1?

Indicación: como el resultado de 100! es un número muy grande, intenta primero resolver el problema análogo para 10!= 10 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1

7. <u>Discos</u>

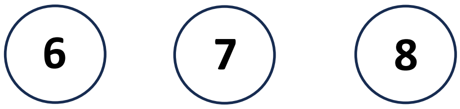
Tenemos estos dos discos circulares.



En la cara superior de cada uno de ellos hay escrito un número. En la otra cara tiene escrito otro número. Si lanzamos los dos discos al aire y sumamos los dos números, podemos obtener estos resultados: 11, 12, 16 y 17.

Investiga qué números están escritos en la cara oculta de cada disco.

Prueba ahora con estos tres discos sabiendo que los resultados que se obtienen son: 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23.



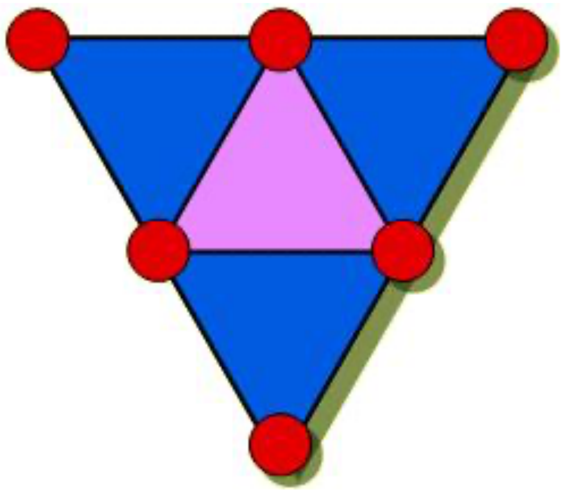
¿Y si los resultados obtenidos fuesen 12, 13, 15, 16, 17, 18, 20, 21, qué números estarían escritos en la cara oculta de cada disco?

8. **<u>Triángulos y círculos</u>** (X OMT)

Coloca los números 0,1,2,3,4,y 5 en el interior de los círculos de modo que sea igual la suma de los situados en los vértices de cada triángulo. Encuentra dos soluciones (no importa que la suma sea distinta).

Si el radio mide 1, y el lado de cada triángulo 8, averigua el perímetro de la región coloreada en azul.

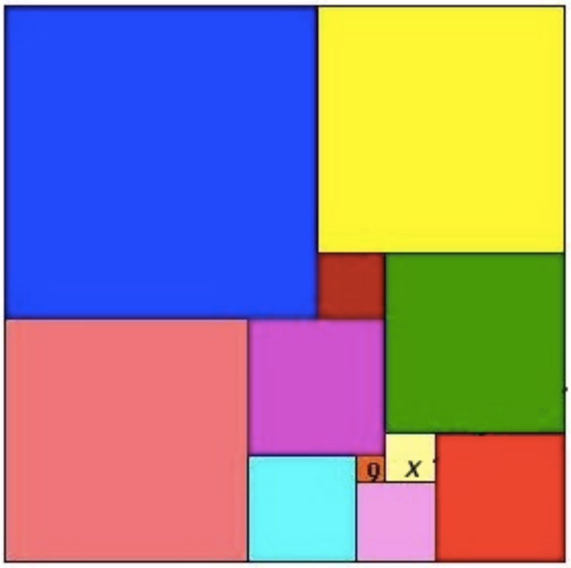
Y ya que estás, halla también el área de la región azul.



9. **Casi cuadrado** (XVII OMT)

La figura que ves parece un cuadrado, ¿verdad?... Pues no lo es, pero las once figuras coloreadas en la que está compuesta si son todas cuadradas.

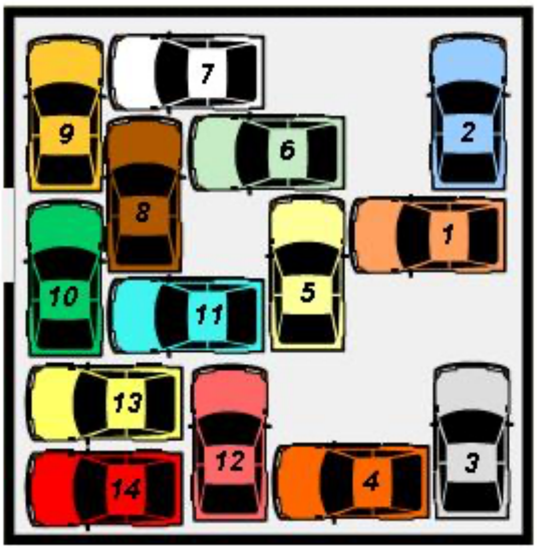
Bien, pues sabiendo que el cuadrado más pequeño tiene 9 cm, de lado. Calcula las dimensiones del rectángulo total.



10. **Maniobras** (VI OMT)

En un pequeño aparcamiento subterráneo los coches están aparcados como si fueran sardinas. Tan apretados están que solo pueden moverse para atrás y para delante.

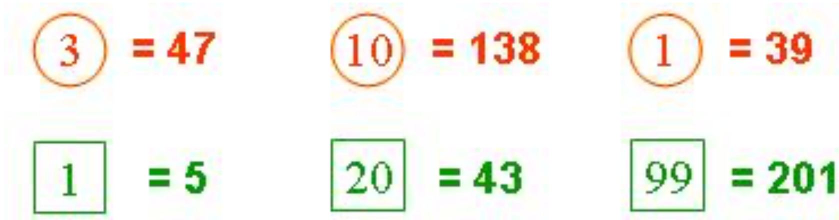
El coche número 1 de la figura, pertenece al director de una importante empresa y ¡tiene mucha prisa en salir!. Ayuda al encargado a encontrar el número mínimo de coches que deben ser movidos para que este señor pueda salir cuanto antes del atasco.



11. **<u>Extraña ecuación</u>** (VII OMT)

El círculo y el recuadro representan distintas funciones que actúan sobre el número colocado en el interior de cada una.

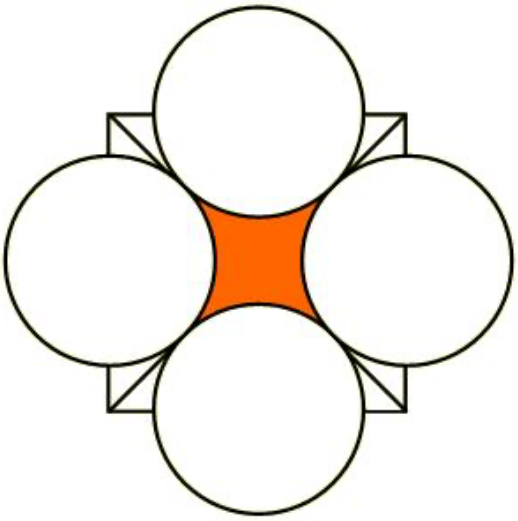
Si se verifica que:



... entonces encuentra dichas funciones y resuelve la siguiente ecuación:

12. **<u>¡Imposible!</u>** (V OMT)

Determina la superficie coloreada de la figura, teniendo en cuenta que la medida del radio de cada círculo es 1/4 de la longitud del lado del cuadrado y que la diagonal del cuadrado mide 8 cm.



13. **<u>¿Par o impar?</u>** (X OMT)

La diferencia entre los cuadrados de dos números naturales consecutivos cualesquiera, ¿es par o impar? Justifica tu respuesta.

14. **Cuestión de tiempo** (V OMT)

Describe los pasos que se necesitan realizar para medir once minutos, utilizando para ello dos relojes de arena de siete y quince minutos respectivamente.

15. **¡Vaya tarea!** (XIX OMT)

Paquito Lumbreras es un monstruo de las mates pero vaya ideas que se le ocurren...

¡Qué peste! Hoy no ha tenido más que tirar una bombita fétida en la clase y no veas cómo se ha puesto la "seño" cuando se ha enterado. Le ha dicho que salga inmediatamente y que si no vuelve antes de que toque el timbre con la sumita de fracciones que aparece en la pizarra resuelta, que se vaya despidiendo del aprobado en mates.
No veas la caña que nos dio la profe con el mínimo común múltiplo y las operaciones con fracciones, pero con esta cuenta se ha pasado...

Sin embargo, Paquito lo resolvió en dos minutos y sin calculadora. ¿Qué resultado obtuvo?

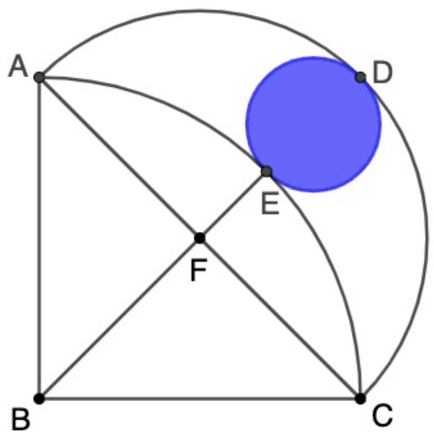
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{999\cdot 1000}$$

16. **La piscina** (III OMN)

Un arquitecto quiere construir una piscina con la forma circular DE y, conoce los lados del triángulo ABC, AB = CB = 20 m.

¿Eres capaz de sorprenderte, al igual que el arquitecto cuando comprobó que el área de la figura AECD es la misma que la del triángulo rectángulo isósceles ABC? Demuéstralo.

¿Es posible hacer un largo en la dirección ED en la piscina de más de 8 metros? Razona la respuesta.



17. **¡Menudo hotel!** (IX OMT)

Un hotel tiene infinitas puertas numeradas así: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... todas ellas abiertas.

Pero llega alguien y de una en una las cierra todas; a continuación, llega otro y comenzando desde el principio las abre ordenadamente de 2 en 2: la 2, la 4, la 6,... Contento de su hazaña se va a dormir. Pero otro viene después que decide cambiar la posición de las puertas de 3 en 3. Empieza también por el principio y yendo de 3 en 3 la que está abierta la cierra y la que está cerrada la abre. Divertido también con lo que ha hecho, se va a dormir. Sin embargo, otro viene después y comenzando también desde el principio va cambiando la posición de las puertas de 4 en 4 de manera que la que está abierta la cierra y la que está cerrada la abre. Cuando termina, viene el que altera la posición de las puertas de 5 en 5, abre las cerradas y cierra las abiertas y luego otro que hace lo propio, pero de 6 en 6. Y luego otro de 7 en 7. Y así hasta el infinito porque en el hotel hay infinitos bromistas.

Tú que eres el conserje del hotel estás durmiendo tan tranquilo y no te has enterado de todos estos líos.

¿Qué puertas crees que estarán abiertas y qué puertas estarán cerradas cuando te despiertes por la mañana?

18. **Los tres arqueros** (VI OMN)

Tres arqueros han realizado cada uno, 5 disparos contra la diana; en ella se han indicado los puntos de impacto. En el centro solo han dado dos veces. ¿Qué puntuación ha conseguido cada arquero, teniendo en cuenta que, al final han empatado y cuál puede haber sido la secuencia de puntos de los cinco disparos de cada uno?

Bibliografía

- https://ttm.unizar.es/sesiones.html
- 25 Olimpiadas Matemáticas “Thales”. Situaciones problemáticas. ISBN.: 978-84-935760-4-2
- Olimpiada Matemática Nacional 1990-2004. ISBN.: 978-84-948824-7-0