



IV OLIMPIADA MATEMÁTICA DE ANDALUCÍA. MÁLAGA, 5 DE MARZO DE 2022

Problemas

1. Determina todas las funciones $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, con \mathbb{N} el conjunto $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ de los números naturales, que verifican:

(1) $f(n+2) - f(n) = 4n + 6$, para cada $n \in \mathbb{N}$.

(2) $f(2022) - f(2021) = 4044$.

En cada caso, tienes que dar el valor de $f(n)$ para cada $n \in \mathbb{N}$.

2. Sea ABC un triángulo isósceles, con $AB = AC$. Sea P un punto cualquiera del segmento BC , no en los extremos, y N el punto medio de AP . Se construye el trapecio (convexo) $M_1M_2N_2N_1$ con: M_1 punto medio de BP , M_2 punto medio de PC , M_1N_1 y M_2N_2 perpendiculares a BC , tales que N, N_1 y N_2 están alineados. Demuestra que el área del trapecio es la mitad del área del triángulo dado.

3. Un grupo de hombres y mujeres se sienta alrededor de una mesa circular (equidistante cada uno con sus dos vecinos). En total hay $2n$ hombres y $2n$ mujeres. Prueba que es posible trazar un diámetro de la mesa que divida el grupo en dos partes, con el mismo número de componentes, y que cada parte tenga el mismo número de hombres que de mujeres.

4. Un número natural $n < 1000$ se dice *4-malagueño* si tiene la siguiente propiedad: Para cualquier múltiplo N de n , de 4 cifras, $N = abcd$, se verifica que todas las permutaciones circulares de N ($N' = bcda$, $N'' = cdab$, $N''' = dabc$) también son múltiplos de n . Por ejemplo, 11 es un número *4-malagueño*. Determina todos los números *4-malagueños*.

**No está permitido el uso de calculadoras
ni dispositivos electrónicos de cualquier tipo.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.**